Daniel Bissinger **Mathematik für die Geowissenschaften I**
WS 23/24

Übungsserie 11

Aufgabe 41. (2+2 Punkte)

(1) Berechnen Sie den Winkeln zwischen den Vektoren $v = (1,1)^T$ und $w = (4,4)^T$.
(2) Berechnen Sie alle Vektoren $v \in \mathbb{R}^2$, die orthogonal zu $(1,2)^T$ sind und $|v| = 1$ erfüllen.

Aufgabe 42. (4 Punkte) Gegeben $a, b \in \mathbb{R}^3$ definieren wir das *Kreuzprodukt* von a mit b durch

$$a \times b = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} a_2b_3 - a_3b_2 \\ a_3b_1 - a_1b_3 \\ a_1b_2 - a_2b_1 \end{pmatrix}.$$

Zeigen Sie, dass $a \times b$ orthogonal zu a und b ist.

Aufgabe 43. (2+2 Punkte) Es seien $a, b \in \mathbb{R}^n$ Vektoren. Zeigen Sie:

(1) Es gilt $a = 0_{\mathbb{R}^n}$ genau dann, wenn $\langle a, a\rangle = 0$ gilt.
(2) Es seien $a, b \neq 0_{\mathbb{R}^n}$ mit $\langle a, b\rangle = 0$. Weiter seien $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ mit $\lambda a + \mu b = 0_{\mathbb{R}^n}$. Dann gilt $\lambda = 0 = \mu$.

Hinweis: In (1) sind zwei Dinge zu zeigen.

Aufgabe 44. (4 Punkte) Für $\alpha \in [0, \pi]$ betrachten wir die Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2 \ ; \ (x,y)^T \mapsto (x\cos\alpha - y\sin\alpha, x\sin\alpha + y\cos\alpha)^T.$$

Es sei $0_{\mathbb{R}^2} \neq v \in \mathbb{R}^2$. Bestimmen Sie den Winkel zwischen v und $f(v)$.

Abgabetermin: Bis 25.01.24 um 12:00 Uhr im OLAT.