Daniel Bissinger **Mathematik für die Geowissenschaften I**
WS 23/24

Übungsserie 10

Aufgabe 37. (1+1+1+1 Punkte) Berechnen Sie die folgenden Integrale.

(1) $\int_1^2 5x^6 + 2x \, dx$.

(2) $\int_1^{32} 5\sqrt[5]{x} \, dx$.

(3) $\int_{\frac{-\pi}{7}}^{\frac{\pi}{7}} \sin(x) \, dx$.

(4) $\int_0^2 \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} \, dx$.

Hinweis zu (4): Es gilt $\ln'(y) = \frac{1}{y}$ für alle $y \in \mathbb{R}_{>0}$.

Aufgabe 38. (2+2 Punkte) Berechnen Sie die folgenden Integrale mit Hilfe der partiellen Integration.

(1) $\int_0^1 xe^x \, dx$.

(2) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin(x) \, dx$.

Aufgabe 39. (4 Punkte) Eine Regentonne hat eine Kapazität von 1000 Litern. Zum Zeitpunkt $x = 0$ (in Minuten) ist die Tonne genau zur Hälfte befüllt. Wir füllen die Tonne langsam mit Wasser. Die enthaltene Flüssigkeitsmenge (in Abhängigkeit von der Zeit x in Minuten) lässt sich durch die Funktion

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}; x \mapsto 1000 - 500 \cdot e^{-0.1x}$$

beschreiben. Wie groß ist die Flüssigkeitsmenge in der Regentonne im Mittel in den ersten 30 Minuten. Sie dürfen einen Taschenrechner/Computer für die genaue Berechnung benutzen.

Aufgabe 40. (4 Punkte) Es sei $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}; x \mapsto \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$. Zeigen Sie, dass die Länge des Weges von -2 nach 2 entlang G_f durch ungefähr 7.25 gegeben ist.

Abgabetermin: Bis 18.01.24 um 12:00 Uhr im OLAT.