Daniel Bissinger **Mathematik für die Geowissenschaften I**
WS 23/24

Übungsserie



Aufgabe 33. (4 Punkte) Gegeben sei eine quadratische Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}; x \mapsto ax^2 + bx + c$ mit folgenden Eigenschaften:

(1) Die Tangente t an G_f im Punkt $(0, 1)$ trifft den Punkt $(2, 3)$.
(2) Der Punkt $(1, 3)$ liegt in G_f.

Bestimmen Sie $f(2)$.

Hinweis: Nach (1) gilt insbesondere $f(0) = 1$.

Aufgabe 34. (4 Punkte) Bestimmen Sie die kritischen Punkte der Funktion

$$f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}; f(x, y) = x^3 - 12xy + 8y^3.$$

Aufgabe 35. (4 Punkte) Untersuchen Sie $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}; f(x, y) = 2x^3+4xy-2y^3+5$ auf kritische Punkte. Bei welchen davon handelt es sich um ein lokales Minimum bzw. lokales Maximum?

Aufgabe 36. (4 Punkte+2 Bonuspunkte)

(1) Es sei $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}; f(x, y) = \frac{y}{1+x^2}$. Zeichnen Sie die Höhenlinen $H_f(\frac{1}{2})$ und $H_f(-\frac{1}{2})$ in ein gemeinsames Koordinatensystem ein.
(2) Bestimmen Sie den Grenzwert der Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mit

$$a_n := \sqrt{4^n + 2^n} - \sqrt{4^n}$$

für alle $n \in \mathbb{N}$.

Hinweis: Benutzen Sie die dritte binomische Formel. Weiter dürfen Sie ohne Beweis folgende Aussage benutzen: Ist $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine konvergente Folge mit Folgengliedern $b_n \in \mathbb{R}_{\geq 0}$ und Grenzwert $b := \lim\limits_{n\to\infty} b_n = b \in \mathbb{R}_{\geq 0}$, so ist $(\sqrt{b_n})_{n\in\mathbb{N}}$ konvergent mit Grenzwert $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt{b_n} = \sqrt{b}$.

Abgabetermin: Bis 11.01.24 um 12:00 Uhr im OLAT.
Frohe Feiertage und einen guten Rutsch ins neue Jahr!