Daniel Bissinger
WS 23/24

Mathematik für die Geowissenschaften I

Übungsserie 8

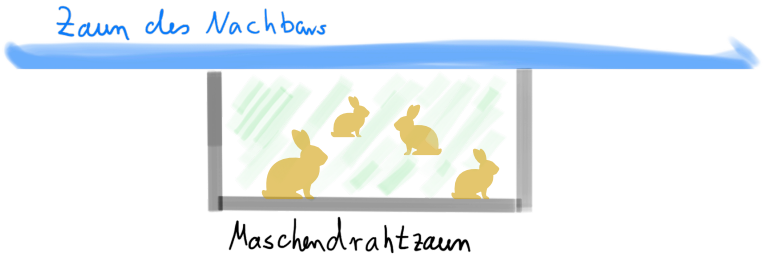
Aufgabe 29. (1+1+1+1 Punkte) Es seien $a, b, c, t \in \mathbb{R}_{>0}$. Berechnen Sie folgenden Ausdrücke und vereinfachen Sie das Ergebnis so weit wie möglich.

(1) $\frac{a^{\frac{7}{9}} a^{\frac{2}{18}}}{a^{\frac{3}{9}} a^{\frac{5}{9}}}$.
(2) $\sqrt[5]{\sqrt{32}}$.
(3) $-\frac{1}{3}\ln(a^2 b^{-2} c) + \frac{1}{3}\ln(a^{-1} bc)$.
(4) $\log_t(\sqrt{a}) + \log_t(\sqrt{\frac{1}{ab}}) + \frac{1}{2} \cdot \log_t(b)$.

Aufgabe 30. (2+2 Punkte) Untersuchen Sie die folgenden Funktionen auf lokale Minima und lokale Maxima. Entscheiden Sie jeweils, ob es sich um globale Maxima bzw. Minima handelt.

(1) $f\colon (-3, 3) \to \mathbb{R}; x \mapsto x^3 - 3x^2$.
(2) $g\colon [-2, 4] \to \mathbb{R}; x \mapsto (x^2 - 10x + 22) \cdot e^x$.

Aufgabe 31. (4 Punkte) Ihr (rechteckiger) Garten ist an einer Seite durch einen 60 Meter langen Zaun des Nachbarn begrenzt. Sie wollen ein rechteckiges Gehege für Kaninchen in Ihrem Garten errichten, das an einer Seite an den bereits errichteten Zaun angrenzt und einen möglichst großen Flächeinhalt einschließt. Sie haben 48 Meter Maschendrahtzaun zur Verfügung. Welche Maße wählen Sie für die Grundfläche des Kaninchengeheges? Die folgende (professionelle) Skizze veranschaulicht die Situation.



Hinweis: Gesucht ist hier ein globales Maximum einer geeigneten Funktion.

Aufgabe 32. (1+1+2) Bestimmen Sie alle (ersten) partiellen Ableitungen folgender Funktionen.

(1) $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}; f(x,y) = x^3 - 2x^2y^2 + 4xy^3 + y^4 + 10$.
(2) $g\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}; g(x,y) = (x^2+y^2)e^{xy}$.
(3) $h\colon \mathbb{R}_{>0} \times \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}; h(x,y,z) = x^{yz}$.

Erklärung zur Notation in (3): $\mathbb{R}_{>0} \times \mathbb{R}^2$ ist die Teilmenge von $\mathbb{R}^3$ deren Elemente von der Form $(x,y,z) \in \mathbb{R}^3$ mit $x > 0$ sind. Diese Einschränkung ist notwendig, da a^b mit $b \in \mathbb{R}$ nur für $a \in \mathbb{R}_{>0}$ definiert ist.

Abgabetermin: Bis 21.12.23 um 12:00 Uhr im OLAT.