**Daniel Bissinger** **Mathematik für die Geowissenschaften I**
**WS 23/24**

# Übungsserie 2

**Aufgabe 5.** (1+1+1+1 Punkte)

(1) Entscheiden Sie, ob es sich bei den folgenden Zuordnungen um Funktionen handelt und begründen Sie Ihre Antwort.
   (a) $f\colon \mathbb{Z} \to \mathbb{N}; z \mapsto z^2 + 1$.
   (b) $g\colon \mathbb{Z} \to \mathbb{N}_0; z \mapsto z^3$.

(2) Bestimmen Sie die größtmöglichen Teilmengen $D_1 \subseteq \mathbb{R}$ und $D_2 \subseteq \mathbb{Z}$, sodass es sich bei folgenden Zuordnungen um Funktionen handelt.
   (c) $h\colon D_1 \to \mathbb{R}; x \mapsto \frac{12}{x^2-3x+2}$.
   (d) $k\colon D_2 \to \mathbb{N}; x \mapsto \frac{20}{x}$.

**Aufgabe 6.** (2+1+1 Punkte)

(1) Wir betrachten die Funktionen $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, die durch

$$f(x) = x^3 + 1 \ ; \ \ g(x) = x - 1 \quad \forall\, x \in \mathbb{R}$$

gegeben sind. Beweisen oder widerlegen Sie die Gültigkeit der Gleichung

$$g \circ f = f \circ g.$$

(2) Zeigen Sie, dass die Funktion $h\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}; x \mapsto x^2 - 7$ nicht injektiv ist.

(3) Zeigen Sie, dass die Funktion $k\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}; x \mapsto \frac{x+3}{-7} + 2$ surjektiv ist.

**Aufgabe 7.** (2+1+1 Punkte)

(1) Wir betrachten die Graphen $G_f,\ G_g \subseteq \mathbb{R}^2$ der Funktionen $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, die durch

$$f(x) = 2x + 2 \ ; \ \ g(x) = x - 1 \quad \forall\, x \in \mathbb{R}$$

gegeben sind. Bestimmen Sie die Menge $G_f \cap G_g$.

(2) Skizzieren Sie folgende Teilmengen von $\mathbb{R}^2 = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ in der $(x, y)$-Ebene:
   (a) $A := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \ \mid \ x^2 \leq y \leq 1\}$.
   (b) $B := A \cap \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \ \mid \ y \leq 1 - x^2\}$.

**Aufgabe 8.** (2+2 Punkte) Die folgenden beiden Funktionen sind bijektiv. Bestimmen Sie die zugehörige Umkehrfunktion und überprüfen Sie Ihr Ergebnis durch eine Probe.

(1) $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}; x \mapsto 3x - 2$.
(2) $g\colon \mathbb{R} \setminus \{1\} \to \mathbb{R} \setminus \{1\}; x \mapsto \frac{x+1}{x-1}$.

**Abgabetermin**: Bis 09.11.23 um 12:00 Uhr im OLAT.