Daniel Bissinger **Algebra I LAG, WS 24/25**

Präsenzserie 10

Präsenzaufgabe 19. Es seien $R, S \neq \{0\}$ kommutative Ringe, $\varphi\colon R \longrightarrow S$ ein Homomorphismus von Ringen und $\alpha \in R$. Beweisen Sie die folgenden Aussagen.

(1) Ist $\alpha \in R$ eine Einheit, so ist $\varphi(\alpha) \in S$ eine Einheit.
(2) Ist φ ein Isomorphismus von Ringen und $\varphi(\alpha)$ eine Einheit, so ist $\alpha \in R$ eine Einheit.
(3) Die Aussage (2) ist im Allgemeinen nicht richtig, wenn φ nur surjektiv oder nur injektiv ist.

Präsenzaufgabe 20.

(1) Es seien $R \neq \{0\}$ ein Integritätsbereich, $a, b \in R$ mit $a \in R$ eine Einheit. Zeigen Sie, dass ab genau dann irreduzibel ist, wenn b irreduzibel ist.
(2) Es sei K ein Körper, $f \in K[X]$ ein Polynom und $0 \neq r \in K$. Zeigen Sie, dass rf genau dann in $K[X]$ irreduzibel ist, wenn $f \in K[X]$ irreduzibel ist.

Die Präsenzserie wird gemeinsam in den Übungen am 15.01.25 bearbeitet.