Daniel Bissinger **Algebra I LAG, WS 24/25**

Präsenzserie 7

Präsenzaufgabe 13. Es ist

$$\mathbb{Z}[i] := \{a + bi \mid a, b \in \mathbb{Z}\} \subseteq \mathbb{C}$$

ein Unterring des Körpers $(\mathbb{C}, +, \cdot)$.

(1) Es sei $I := (1 + i) \subseteq \mathbb{Z}[i]$ das von $1 + i$ erzeugte Ideal in $\mathbb{Z}[i]$. Zeigen Sie

$$I = \{a + bi \mid a, b \in \mathbb{Z}, a + b \in 2\mathbb{Z}\}.$$

(2) Skizzieren Sie einen aussagekräftigen Teil von I in der Gaußschen Zahlenebene.

Präsenzaufgabe 14.

(1) Zeigen Sie, dass

$$\varphi \colon \mathbb{Z}[i] \longrightarrow \mathbb{Z}/(2); a + bi \mapsto a + b + (2)$$

ein Homomorphismus von Ringen ist.

(2) Zeigen Sie, dass $\mathbb{Z}[i]/I \cong \mathbb{Z}/(2)$ gilt, wobei I das Ideal aus Präsenzaufgabe 13 bezeichnet.

Die Präsenzserie wird gemeinsam in den Übungen am 11.12.24 bearbeitet.