Daniel Bissinger **Algebra I, WS 21/22**

Übungsserie 2

Aufgabe 1. Sei $p \in \mathbb{P}$ eine Primzahl und $a \in \mathbb{N}$ mit $\mathrm{ggT}(a,p) = 1$. Zeigen Sie $a^{p-1} \equiv 1 \bmod p$.

Aufgabe 2. Sei G eine abelsche Gruppe der Ordnung 385 und sei $\varphi : G \longrightarrow G$ definiert durch $\varphi(a) = a^6$. Zeigen Sie, dass φ ein Automorphismus von G ist.

Aufgabe 3. Es sei $G = \langle g \rangle$ eine zyklische Gruppe. Zeigen Sie, dass genau ein $n \in \mathbb{N}_0$ mit $G \cong \mathbb{Z}/\langle n \rangle$ existiert.

Aufgabe 4. Sei G eine Gruppe.

(1) Zeigen Sie, dass $Z(G) := \{g \in G \mid gx = xg \; \forall x \in G\}$ ein Normalteiler von G ist.
(2) Zeigen Sie: Gilt $|G/Z(G)| > 1$, so ist $G/Z(G)$ nicht zyklisch.

Abgabetermin: Bis 10.11. um 14:15 Uhr.